

4252 Вычислить $\oint_C (x+y)dx + (x-y)dy$, где C — эллипс:
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, пройденный против часовой стрелки.

Параметризация эллипса $\begin{cases} x = a \cos \varphi \\ y = b \sin \varphi \end{cases}$ при $r=1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} x = a \cos \varphi \\ y = b \sin \varphi \end{cases} \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \Rightarrow \begin{cases} x'_\varphi = -a \sin \varphi \\ y'_\varphi = b \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{2\pi} [(a \cos \varphi + b \sin \varphi)(-a \sin \varphi) + (a \cos \varphi - b \sin \varphi) \cdot b \cos \varphi] d\varphi = \\ &= \int_0^{2\pi} (-a^2 \cos \varphi \sin \varphi - ab \sin^2 \varphi + ab \cos^2 \varphi - b^2 \cos \varphi \sin \varphi) d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (-a^2 \sin 2\varphi - ab(1 - \cos 2\varphi) + ab(1 + \cos 2\varphi) - b^2 \sin 2\varphi) d\varphi = \\ &= \int_0^{2\pi} (ab \cos 2\varphi - \frac{a^2 + b^2}{2} \sin 2\varphi) d\varphi = 0 \Rightarrow I = 0. \end{aligned}$$

4279 Вычислить $\int_C (y^2 - z^2)dx + 2yzdy - x^2dz$, где C — кривая, заданная:

матр.: $\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \\ z = t^3 \end{cases}, t \in [0, 1]$, пройденная в направлении роста параметра.

$$I = \int_0^1 [(t^4 - t^6) \cdot 1 + 2 \cdot t^5 \cdot 2t - t^2 \cdot 3t^2] dt =$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 (t^4 - t^6 + 4t^6 - 3t^4) dt = \int_0^1 (3t^6 - 2t^4) dt = \\ &= \left(\frac{3}{7} t^7 - \frac{2}{5} t^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{1}{35}. \end{aligned}$$